

## ENSEMBLES - EXERCICES

### EXERCICE 1

Écrire les ensembles suivants en énumération :

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est un diviseur de } 24\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est un chiffre du nombre } 184174\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est strictement compris entre } 3 \text{ et } 8\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est supérieur ou égal à } 3 \text{ et strictement inférieur à } 8\}$$

$$E = \{x \mid x \text{ est une lettre du mot } \text{AMUSANT}\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est un multiple de } 3 \text{ et } x < 14\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est pair et } x \text{ est un diviseur de } 18\}$$

$$H = \left\{x \mid x \text{ est un entier et } \frac{5}{3} \leq x \leq \frac{47}{7}\right\}$$

### EXERCICE 2

Écrire les ensembles suivants en compréhension :

$$A = \{12; 13; 14; 15\}$$

$$B = \{C; L; A; S; E\}$$

$$C = \{10; 15; 20; 25\}$$

$$D = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$$

$$E = \{1; 3; 5; 7\}$$

$$F = \{\text{février, juin, mars, janvier, avril, mai}\}$$

$$G = \{16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80\}$$

### EXERCICE 3

Soit  $A$  l'ensemble des nombres impairs inférieurs à 26 et  $B$  l'ensemble des multiples de 3 compris entre 4 et 19.

1) Écrire les deux ensembles en extension.

2) Compléter par  $\in$  ou par  $\notin$  :

a)  $0 \dots A$

e)  $21 \dots A$

b)  $15 \dots A$

f)  $7 \dots B$

c)  $15 \dots B$

g)  $7 \dots A$

d)  $39 \dots B$

**EXERCICE 4**

Dessiner un diagramme de Venn qui représente les ensembles  $M = \{2; 4; 7; 9; 13\}$  et  $N = \{1; 3; 4; 6; 7; 11\}$ .

**EXERCICE 5**

Soit  $X$  l'ensemble des chiffres du nombre 373873.

Soit  $Y$  l'ensemble des multiples de 5 inférieurs à 13.

Soit  $Z$  l'ensemble des chiffres du nombre 88378.

- 1) Écrire les trois ensembles en extension.
- 2) Que peut-on dire de  $X$  et de  $Y$  ? de  $X$  et de  $Z$  ? de  $Y$  et de  $Z$  ?

**EXERCICE 6**

Soient  $x$  et  $y$  deux chiffres. Trouver, si possible,  $x$  et  $y$  tel que  $M = N$  dans les quatre cas suivants :

- 1)  $M = \{2; 3; x; 5\}$  et  $N = \{3; 7; y; 2\}$
- 2)  $M = \{1; 7; 3\}$  et  $N = \{x; y; 1\}$
- 3)  $M = \{2; 5; x\}$  et  $N = \{3; y; 9; 7\}$
- 4)  $M = \{1; 4; 7; 9\}$  et  $N = \{1; x; y; 4\}$

**EXERCICE 7**

Soient  $x$  et  $y$  deux chiffres. Trouver, si possible,  $x$  et  $y$  tel que  $P$  et  $Q$  soient deux ensembles disjoints.

- 1)  $P = \{1; 3; 5\}$  et  $Q = \{x; y; 7\}$
- 2)  $P = \{0; 4; x\}$  et  $Q = \{y; 2; 6\}$
- 3)  $P = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; x; y\}$  et  $Q = \{7; 9\}$

**EXERCICE 8**

Trouver toutes les parties de l'ensemble  $E = \{1; 2; 1; 3; 4; 2\}$ .

**EXERCICE 9**

On considère les deux ensembles suivants :

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est un diviseur de } 24\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est un multiple de } 4 \text{ et inférieur à } 22\}$$

- 1) Trouver un ensemble  $E$  tel que  $E \subset A$ .
- 2) Trouver un ensemble  $F$  tel que  $F \subset A$  et  $F \subset B$ .

3) Déterminer un ensemble  $G$  tel que  $A \subset G$  et  $B \subset G$ .

### EXERCICE 10

Considérons les ensembles suivants :

$$X = \{a; b; c; d; e; f\}$$

$$Y = \{a; c; f; g; h\}$$

Compléter par  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$  ou  $\not\subset$

1)  $\{a; b\} \dots X$

6)  $\{a; e; f\} \dots X$

2)  $f \dots Y$

7)  $\{a; c\} \dots Y$

3)  $\{f\} \dots X$

8)  $b \dots X$

4)  $h \dots X$

9)  $\emptyset \dots X$

5)  $g \dots Y$

10)  $\{a; h\} \dots X$

### EXERCICE 11

Représenter les trois ensembles suivants dans un diagramme de Venn :

1)  $M = \{1; 4; 6; 9; 11\}$ ;  $N = \{1; 4; 5; 13; 17\}$  et  $O = \{1; 6; 13; 22; 23\}$

2)  $A = \{1; 2; 3; 6; 7; 8\}$ ;  $B = \{1; 6; 8\}$  et  $C = \{1; 2; 6; 9; 10\}$

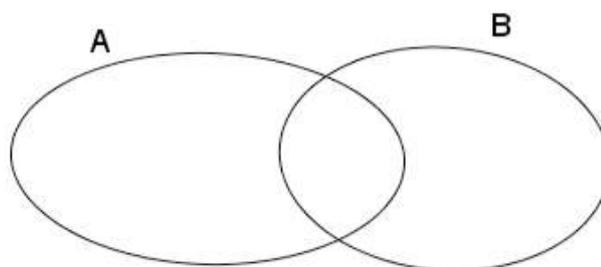
### EXERCICE 12

Sur le diagramme suivant, hachurer les parties vides :

a) si  $A \subset B$

b) si  $B \subset A$

c) si  $A = B$



### EXERCICE 13

Compléter par  $\in$  ou  $\notin$ :

a)  $745 \dots \mathbb{N}$

g)  $-9 \dots \mathbb{N}$

b)  $3,2 \dots \mathbb{Z}$

h)  $27 \dots \mathbb{Z}$

c)  $\frac{7}{5} \dots \mathbb{D}$

i)  $-\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$

d)  $\frac{6}{2} \dots \mathbb{N}$

j)  $-9478 \dots \mathbb{Z}$

e)  $-\frac{21}{3} \dots \mathbb{Z}$

k)  $-65,07 \dots \mathbb{D}$

f)  $-47 \dots \mathbb{Q}$

l)  $\frac{11}{13} \dots \mathbb{Q}$

### EXERCICE 14

Dessiner sur un même diagramme les ensembles  $\mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{D}$  et les nombres :

$$\frac{22}{11}; 0; -75; \frac{3}{7}; 129; \frac{6}{3}; \frac{3}{4}; -3,81; -\frac{8}{5}; -\frac{11}{3}.$$

**EXERCICE 15**

Pour chacun des cas suivants, dessiner un diagramme de Venn de trois ensembles  $P, Q$  et  $R$  quelconques. Colorier...

- 1) ... en vert  $P \cap Q$
- 2) ... en bleu  $P \cup Q$
- 3) ... en rouge  $(P \cup Q) \cap R$
- 4) ... en gris  $R \cap Q \cap P$
- 5) ... en jaune  $(P \cup Q) \cap (Q \cup R)$

**EXERCICE 16**

On considère les trois ensembles suivants :

$$A = \{1; 2; 3; 4\} \quad B = \{2; 3; 6; 8; 9\} \quad C = \{1; 3; 6; 9; 10\}$$

Déterminer les ensembles suivants en énumération, puis donner leur cardinal :

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 1) $A \cap B$                   | 5) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ |
| 2) $C \cup B$                   | 6) $\emptyset \cap B$           |
| 3) $(A \cup B) \cap C$          | 7) $\emptyset \cup B$           |
| 4) $(A \cup B) \cup (B \cap C)$ |                                 |

**EXERCICE 17**

Deux ensembles  $A$  et  $B$  vérifient les quatre conditions suivantes :

$$A \cap B = \{c\} \quad A \cup B = \{a; b; c; d\} \quad d \notin A \quad \text{card } A = 3$$

Représenter les deux ensembles à l'aide d'un diagramme de Venn.

**EXERCICE 18**

Soient trois ensembles  $A, B$  et  $C$  dont on connaît les informations suivantes :

$$C = \{a; b; c; d; e; f; g\} \quad A \subset B \quad B \subset C \quad \text{card } A = 3 \quad \text{card } B = 6$$

$$b \notin B \quad a \in A \quad \{f; c\} \subset A$$

Faire un diagramme de Venn des trois ensembles  $A, B$  et  $C$ .

**EXERCICE 19**

Les questions suivantes sont indépendantes.

- a) A l'aide de diagrammes de Venn, étudier si  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ .
- b) Que peut-on dire de deux ensembles  $A$  et  $B$  si  $A \setminus B = \emptyset$  ?
- c) On sait que  $A \cap B = \emptyset$ . Quel est dans ce cas  $A \setminus B$  ?  $B \setminus A$  ?

d) On sait que  $A \subset B$ . Quel est dans ce cas  $A \cup B$  ?  $A \cap B$  ?

### **EXERCICE 20**

Dans un cours de langues, le professeur de luxembourgeois a 28 élèves, le professeur d'allemand a 15 élèves et le professeur d'anglais a 23 élèves. Quel est le nombre total d'élèves si on sait que

- 2 élèves suivent les trois langues ;
- 4 élèves suivent le luxembourgeois et l'anglais ;
- 3 élèves suivent l'allemand et l'anglais ;
- 9 élèves ne suivent que l'allemand.

### **EXERCICE 21**

26 personnes ont passé leurs vacances à l'un des endroits suivants au moins : la mer, la campagne et la montagne.

15 personnes étaient à la mer.

12 personnes étaient à la campagne.

4 personnes étaient à la campagne et à la montagne.

2 personnes étaient à la campagne et à la mer.

11 personnes étaient en deux endroits (exactement).

Personne n'a été aux trois endroits.

Parmi les personnes qui ont été à la montagne, combien d'entre elles ont été à la mer ou à la campagne ?

### **EXERCICE 22**

Déterminer le nombre total des élèves d'une classe sachant que :

11 élèves jouent au basket, mais 8 d'entre eux ne pratiquent pas la natation. 5 élèves pratiquent la natation et ne jouent pas au basket. 10 élèves ne pratiquent aucun des deux sports.

### **EXERCICE 23**

Un groupe de touristes visitent Paris. 17 visitent le Louvre, 14 visitent Montmartre. 12 ont vu la Tour Eiffel. Aucun des touristes n'a vu uniquement le Louvre et la Tour Eiffel. 3 touristes ont vu les trois. 24 touristes n'ont vu qu'une seule de ces attractions.

Combien de touristes y a-t-il au total ?