

DEVELOPPER ET FACTORISER

Exercices.....	p 1 (ex 1 à 5)
Solutions.....	p 8

- 1) **Développez** (en utilisant si possible les identités remarquables) puis réduisez les expressions suivantes :

1^{re} série

a) $(2x - 1) \cdot (2x + 1) - (3x - 5)^2 =$

b) $(3x - 1)^2 - (x - 2)(x + 2) =$

c) $(5 + 2x)(2x - 5) - 4(x - 1)(x + 2) =$

d) $\left(\frac{3}{5}x - 4\right) \cdot \left(\frac{5}{3}x - \frac{1}{4}\right) =$

e) $(x-6)^2 - 2x(x+3) =$

f) $4 \cdot \left(3x + \frac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot (3-x) \cdot (2-3x) =$

2^e série

a) $(2x^2 + 3x - 1) \cdot (x^3 - x - 2) =$

b) $(5x - 9)^2 - (11x + 1)(1 - 11x) =$

c) $4 \cdot (3x + 2) \cdot (x + 1) + 4 =$

d) $(2 + 5x)(5x - 2) - 3x(4x - 3)(5x + 3) =$

e) $2 - (4x + 3)^2 - (2x + 1)(1 - 2x) =$

f) $2 \left(\frac{a}{4} + \frac{2}{3}\right)^2 - 3 \left(\frac{a}{2} - 1\right) \left(\frac{5}{4} - \frac{a}{3}\right) =$

3^e série

a) $(a^2 - 3a + 1)^2 =$

b) $(2b^2 + 5a)(5a - 2b^2)(25a^2 + 4b^4) =$

c) $(x^4 + 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} - x^4) =$

d) $-(a^2 - 2b) \cdot (a^2 - 3b)^2 =$

e) $3x^2(x+2)^2 - 5 \cdot (x^3 - 1)^2 =$

f) $-\frac{5x}{9} \left(\frac{1}{2x} - \frac{6x}{5}\right)^2 =$

4^e série

a) $(2x-3)(x^2-3x-1) - (2x+5)^2 - 2(2x-1)(2x+1) =$

b) $(2x+y+1)(2x+y-1) =$

c) $(2y+1)(3y+1)(2y-1)(1+3y) =$

d) $(a+4-2b)(a-2b-4) =$

e) $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right) \left(-\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right) + \left(-\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right)^2 =$

f) $(x^3-1)^2(x^3+1)^2 =$

- 2) Pour chacun des trinômes suivants, analysez s'il s'agit d'un trinôme carré parfait. Si oui factorisez-le, si non expliquez pourquoi ce n'est pas un trinôme carré parfait.

1^{re} série

a) $x^2 - 14x + 49 =$

b) $\frac{x^2}{144} + \frac{4x}{3} + 64 =$

c) $36 + 38x + 9x^2 =$

d) $5x^2 - 5x + \frac{5}{4} =$

e) $c^{14} - 3c^7 + \frac{18}{8} =$

f) $x^2 + 1 + \frac{1}{4x^2} =$

2^e série

a) $z^2 - 0,6z + 0,09 =$

b) $4y^2 + 1 - 4y =$

c) $x^6 - 10x^2 + 25 =$

d) $\frac{x^{10}}{4} + 6x^5 + 36 =$

e) $\frac{25}{x^6} - \frac{5}{x} + \frac{x^4}{4} =$

f) $0,49x^4 + 1,44 + 1,68x^2 =$

- 3) Complétez les trinômes suivants pour en faire des trinômes carrés parfaits puis factorisez-les :

1^{re} série

a) $16x^2 + 8x + \dots$

b) $x^2 - x + \dots$

2^e série

- a) $1 + 4x^3 + \dots$
- b) $0,25a^2 - 3a \dots$
- c) $0,09y^{10} + 0,04 - \dots$
- d) $4a^2 + 12ab + \dots$
- e) $(x+1)^2 - 6(x+1) + \dots$
- f) $(2y-7)^2 + 25(11-y)^2 - \dots$

3^e série

- a) $0,25x^6 + 0,0004 - \dots$
- b) $16x^2y^6 + 9x^4y^2 - \dots$
- c) $\frac{9}{4}x^4 - 21x^2 + \dots$
- d) $9x^6 + \frac{y^8}{81} - \dots$
- e) $9(11x-8)^2 + 25 - \dots$
- f) $25\left(3 - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2} - 3\right) + \dots$

- 4) **Factorisez** autant que possible (méthodes : mise en évidence, différence de deux carrés, trinôme carré parfait, pour les sommes que vous ne pouvez pas factoriser, expliquez pourquoi !):

1^{re} série

- a) $25x^2 - 70x + 49 =$
- c) $\frac{x}{4} - 3x + 9 =$
- d) $x^6 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{16} =$
- e) $25x^2 + 80x + 81 =$
- f) $\frac{x^2}{25} + \frac{x}{15} + \frac{1}{36} =$

2^e série

- a) $4x^2 + 12x - 9 =$
- b) $605x^3 - 330x^4 + 45x^5 =$

c) $(7x - 3)x^2 + 10x(7x - 3) - 25(3 - 7x) =$

d) $9y^2 + 6y + 4 =$

e) $2x^9 - 98x^3 =$

f) $2x^9 + 98x^3 =$

3^e série

a) $x^4 - 18x^2 + 81 =$

c) $-9a^2 + 12 - \frac{4}{a^2} =$

d) $x^2 + 121 - 22x =$

e) $2x^2 + 49 - 14x =$

f) $192x^2y^3 - 336x^3y^2 + 147x^4y =$

4^e série

a) $-\frac{x^2}{4} - \frac{3x}{5} - \frac{9}{25} =$

b) $\frac{x^4}{16} + 9 - \frac{5x^2}{2} =$

c) $(11 + y)^2 - (5 - 2y)^2 =$

d) $4(x - 3)^2 + 20(x - 3) + 25 =$

e) $(5x^2 - 6x)^2 - (4x^2 - 6x + 4)^2 =$

f) $\left(\frac{5}{2}x^2 + x + 5\right)^2 - \left(\frac{3}{2}x^2 - 5x - 4\right)^2 =$

5^e série

c) $3x^5 - 48x =$

d) $150a^5b^3 - 180a^3b^4 + 54ab^5 =$

e) $2 - y^4 - \frac{1}{y^4} =$

f) $(x^2 - 1)^2 - 6(x^2 - 1) + 9 =$

6^e série

a) $25a^2 - 20ab^2 + 4b^4 =$

b) $80x - 2x^2 - 800 =$

c) $405x^3 - 360x^5 + 80x^7 =$

d) $(x^2 - 6x + 10)^2 - 1 =$

f) $\left(\frac{5}{2}x^2 - 5x + 12\right)^2 - \left(\frac{3}{2}x^2 + 5x - 13\right)^2 =$

7^e série

a) $3x^2y^4 - 12x^3y^3 =$

b) $\frac{5}{16}x^7 - 405x^3 =$

c) $2(x + y) - (3x + 3y)a =$

8^e série

a) $1 - a^4 =$

b) $4x^4 + x^2y + \frac{y^2}{16} =$

c) $16(3x - 1)^2 - 25(x + 2)^2 =$

d) $\frac{x^2}{16} - \frac{3xy}{2} + 9y^2 =$

e) $-16ab^5 + 81a^5b =$

f) $(x - y)(x - 3y) - (3x - y)(x - y) =$

9^e série

a) $9a^2 - 84a + 196 =$

b) $\frac{5x^3}{4} - 35x^2 + 245x =$

c) $(x^2 - 10)^2 - 36 =$

d) $(3y - 2)(2y - 1) - (2y - 1)^2 =$

e) $8x^2 - 40xy + 50y^2 =$

f) $16a^4 - 81 =$

10^e série

a) $25x^2 - 30x + 9 =$

b) $-72a^4b - 48a^3b^2 - 8a^2b^3 =$

c) $4y^2 - \frac{81}{49} =$

d) $(4x + 7)^2 - 9 =$

e) $36 - (5x + 2)^2 =$

f) $(p + 3)(p - 2) + (2 - p)^2(3p + 1) =$

11^e série

a) $6x \cdot (2x + 1)^2 - (2x + 1) =$

b) $27x^3 - 18x^2 + 3x =$

c) $2y^5 - 32y =$

d) $x^6 - x^3 + \frac{1}{4} =$

e) $4x(x + 2) - (x + 2)^2 =$

f) $(a - b)^2 - 9a^2b^2 =$

5) Factorisez autant que possible (méthodes : mise en évidence, différence de deux carrés, trinôme carré parfait **et par groupement**) :

1^{re} série

a) $5x^3 + x^2 - 20x - 4 =$

b) $x^3 - x + 5x - 5 =$

c) $1 - x^2 - 2ax - a^2 =$

d) $a^2 - (a + 3)(2a - 1) - 9 =$

e) $2b^2 - 2bc - bz + cz =$

f) $x^4 - x^2y^2 + 9y^2 - 9x^2 =$

2^e série

- a) $36x^2 + 25y^2 - z^2 - 60xy =$
b) $4a^2 + 28a - 9b^2 + 49 =$
c) $4x^6 - 9x^4 + 6x^2 - 1 =$
d) $a^2 - 1 - 3(1 - a)(a + 2) - (a - 1)^2 =$
e) $x^2 - 4x + 4 + 2yz - z^2 - y^2 =$
f) $x^4 + 2x - 3x^3 - 6 =$

3^e série

- a) $2ab + 6a + bc + 3c =$
b) $9 - a^2 + 10ab - 25b^2 =$

d) $x^2 - 4 + 2(x + 2)^2 =$
e) $(2x + 3) \cdot (x - 5) + 4x^2 + 12x + 9 =$
f) $(y^2 + y - 5)(y - 4) + 8y - y^2 - 16 =$

SOLUTIONS

Exercice 1

1^{re} série

- a) $-5x^2 + 30x - 26$ b) $8x^2 - 6x + 5$ c) $-4x - 17$
d) $x^2 - \frac{409}{60}x + 1$ e) $-x^2 - 18x + 36$ f) $21x^2 + 67x - 29$

2^e série

- a) $2x^5 + 3x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 5x + 2$ b) $146x^2 - 90x + 80$ c) $12x^2 + 20x + 12$
d) $-60x^3 + 34x^2 + 27x - 4$ e) $-12x^2 - 24x - 8$ f) $\frac{5}{8}x^2 - \frac{53}{24}x + \frac{167}{36}$

3^e série

- a) $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1$ b) $625a^4 - 16b^8$ c) $12 - x^8$
d) $-a^6 + 8a^4b - 21a^2b^2 + 18b^3$ e) $-5x^6 + 3x^4 + 22x^3 + 12x^2 - 5$ f) $-\frac{4}{5}x^3 + \frac{2}{3}x - \frac{5}{36x}$

4^e série

a) $2x^3 - 21x^2 - 13x - 20$

b) $4x^2 + 4xy + y^2 - 1$

c) $34y^4 + 23y^3 - 5y^2 - 6y - 1$

d) $a^2 - 4ab + 4b^2 - 16$

e) 0

f) $x^{12} - 2x^6 + 1$

Exercice 2

1^{re} série :

a) $(x - 7)^2$

b) $\left(\frac{x}{12} + 8\right)^2$

c) non, car $36 = 6^2$ et $9x^2 = (3x)^2$, mais $38x \neq 2 \cdot 6 \cdot 3x$

d) $5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

e) $\left(c^7 - \frac{3}{2}\right)^2$

f) $x^2 + 1 + \frac{1}{4x^2} = x^2 + \left(\frac{1}{2x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2x} = \left(x + \frac{1}{2x}\right)^2$

2^e série

a) $(z - 0,3)^2$

b) $(2y - 1)^2$

c) non, car $x^6 = (x^3)^2$ et $25 = 5^2$, mais $10x^2 \neq 2 \cdot x^3 \cdot 5$

d) $\left(\frac{x^5}{2} + 6\right)^2$

e) $\left(\frac{5}{x^3} - \frac{x^2}{2}\right)^2$

f) $(0,7x^2 + 1,2)^2$

Exercice 3

1^{re} série : a) $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$

b) $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

2^e série :

a) $1 + 4x^3 + 4x^6 = (1 + 2x^3)^2$

b) $0,25a^2 - 3a + 9 = (0,5a - 3)^2$

c) $0,09y^{10} + 0,04 - 0,12y^5 = (0,3y^5 - 0,2)^2$

d) $4a^2 + 12ab + 9b^2 = (2a + 3b)^2$

e) $(x + 1)^2 - 6(x + 1) + 9 = (x - 2)^2$

f) $(2y - 7)^2 + 25(11 - y)^2 - 10(2y - 7)(11 - y) = (7y - 18)^2$

3^e série :

a) $0,25x^6 + 0,0004 - 0,02x^3 = (0,5x^3 - 0,02)^2$

b) $16x^2y^6 + 9x^4y^2 - 24x^3y^4 = (4xy^3 - 3x^2y)^2$

c) $\frac{9}{4}x^4 - 21x^2 + 49 = \left(\frac{3}{2}x^2 - 7\right)^2$

d) $9x^6 + \frac{y^8}{81} - \frac{2}{3}x^3y^4 = \left(3x^3 - \frac{y^4}{9}\right)^2$

e) $9(11x - 8)^2 + 25 - 30(11x - 8) = [3(11x - 8) - 5]^2 = (33x - 29)^2$

f) $25\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 - \left(\frac{x}{2} - 3\right) + \frac{1}{100} = \left[5\left(\frac{x}{2} - 3\right) - \frac{1}{10}\right]^2 = \left(\frac{5x}{2} - \frac{151}{10}\right)^2$

Exercice 4

1^{re} série

a) $(5x - 7)^2$

c) $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2$

d) $\left(x^3 - \frac{1}{4}\right)^2$

e) $25x^2 + 80x + 81 \neq$ trinôme carré parfait car $80x \neq 2 \cdot 5x \cdot 9$

f) $\left(\frac{x}{5} + \frac{1}{6}\right)^2$

2^e série

$4x^2 + 12x - 9 \neq$ trinôme

a) carré parfait car 9 est précédé d'un " - "

b) $5x^3(3x - 11)^2$

c) $(7x - 3)(x + 5)^2$

$9y^2 + 6y + 4 \neq$ trinôme

d) carré parfait car

$$6y \neq 2 \cdot 3y \cdot 2$$

e) $2x^3(x^3 - 7)(x^3 + 7)$

f) $2x^3(x^6 + 49)$

3^e série

a) $(x - 3)^2(x + 3)^2$

c) $-\left(3a - \frac{2}{a}\right)^2$

d) $(x - 11)^2$

e) $2(x - 7)^2$

f) $3x^2y(7x - 8y)^2$

4^e série

a) $-\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{5}\right)^2$

$$\frac{x^4}{16} + 9 - \frac{5x^2}{2} \neq \text{trinôme}$$

b) carré parfait car

$$\frac{5x^2}{2} \neq 2 \cdot \frac{x^2}{4} \cdot 3$$

c) $3(y + 2)(16 - y)$

d) $(2x - 1)^2$

e) $(x - 2)(x + 2)(3x - 2)^2$

f) $(2x - 1)^2(x + 3)^2$

5^e série

d) $6ab^3(5a^2 - 3b)^2$

e) $-\left(y - \frac{1}{y}\right)^2\left(y + \frac{1}{y}\right)^2$

c) $3x(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

f) $(x - 2)^2(x + 2)^2$

6^e série

a) $(5a - 2b^2)^2$

b) $-2(x - 20)^2$

c) $5x^3(2x - 3)^2(2x + 3)^2$

d) $(x - 3)^2(x^2 - 6x + 11)$

f) $(2x - 1)(2x + 1)(x - 5)^2$

7^e série

a) $3x^2y^3(y - 4x)$

b) $5x^3\left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{2} + 3\right)\left(\frac{x^2}{4} + 9\right)$

c) $(x + y)(2 - 3a)$

8^e série

a) $(1-a)(1+a)(1+a^2)$ b) $\left(2x^2 + \frac{y}{4}\right)^2$ c) $7(x-2)(17x+6)$
d) $\left(\frac{x}{4} - 3y\right)^2$ e) $ab(3a-2b)(3a+2b)(9a^2+4b^2)$ f) $-2(x-y)(x+y)$

9^e série

a) $(3a-14)^2$ b) $5x\left(\frac{x}{2} - 7\right)^2$ c) $(x-4)(x+4)(x-2)(x+2)$
d) $(2y-1)(y-1)$ e) $2(2x-5y)^2$ f) $(2a-3)(2a+3)(4a^2+9)$

10^e série

a) $(5x-3)^2$ b) $-8a^2b(3a+b)^2$ c) $\left(2y - \frac{9}{7}\right)\left(2y + \frac{9}{7}\right)$
d) $8(x+1)(2x+5)$ e) $(4-5x)(5x+8)$ f) $(p-2)(3p^2-4p+1)$

11^e série

a) $(2x+1)(12x^2+6x-1)$ b) $3x(3x-1)^2$ c) $2y(y^2+4)(y+2)(y-2)$
d) $\left(x^3 - \frac{1}{2}\right)^2$ e) $(x+2)(3x-2)$ f) $(a-b-3ab)(a-b+3ab)$

Exercice 5

1^{re} série

a) $(x-2)(x+2)(5x+1)$ b) $(x-1)(x^2+x+5)$ c) $(1-x-a)(1+x+a)$
d) $(a+3)(-a-2)$ e) $(b-c)(2b-z)$ f) $(x-y)(x+y)(x-3)(x+3)$

2^e série

a) $(6x-5y-z)(6x-5y+z)$ b) $(2a-3b+7)(2a+3b+7)$ c) $(2x^3-3x^2+1)(2x^3+3x^2+1)$
d) $(3a+8)(a-1)$ e) $(x-y+z-2)(x+y-z-2)$ f) $(x^3+2)(x-3)$

3^e série

a) $(2a+c)(b+3)$ b) $(a-5b+3)(-a+5b+3)$
d) $(x+2)(3x+2)$ e) $(2x+3)(3x-2)$ f) $(y-4)(y+1)(y-1)$