

**1** Indiquer la forme ordonnée, le degré et le terme constant des polynômes suivants.

- a)  $P(x) = (2x - 1)(2x + 1) - (3x - 5)^2$
- b)  $Q(x) = (3x - 1)^2 - (x - 2)(x + 2)$
- c)  $R(x) = (5 + 2x)(2x - 5) - 4(x - 1)(x + 2)$
- d)  $S(x) = \left(\frac{3}{5}x - 4\right)\left(\frac{5}{3}x - \frac{1}{4}\right)$
- e)  $T(x) = (x - 6)^2 - 2x(x + 3)$
- f)  $U(x) = 4\left(3x + \frac{1}{2}\right)^2 - 5(3 - x)(2 - 3x)$

**2** Indiquer la forme ordonnée, le degré et le terme constant des polynômes suivants.

- a)  $P(x) = 4(3x + 2)(x + 1) + 4$
- b)  $Q(x) = (2 + 5x)(5x - 2) - 3x(4x - 3)(5x + 3)$
- c)  $R(x) = 2 - (4x + 3)^2 - (2x + 1)(1 - 2x)$
- d)  $S(x) = 2\left(\frac{a}{4} + \frac{2}{3}\right)^2 - 3\left(\frac{a}{2} - 1\right)\left(\frac{5}{4} - \frac{a}{3}\right)$
- e)  $T(x) = (a^2 - 3a + 1)^2$

**3** Développer et réduire les expressions suivantes en utilisant si possible les identités remarquables. Noter le résultat sous sa forme ordonnée.

- a)  $(-x - 7)(-x + 7) =$
- b)  $(-x + 5)(x + 5) =$
- c)  $(a + 4)^2 + (2a + 3)^2 =$
- d)  $(2x + 4)^2 - (4x)^2 =$
- e)  $(b - 4)(b + 4) - (b - 4)^2 =$
- f)  $\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2 =$

**4** Développer et réduire les expressions suivantes en utilisant si possible les identités remarquables. Noter le résultat sous sa forme ordonnée.

- a)  $(2x - 3)(x^2 - 3x - 1) - (2x + 5)^2 - 2(2x - 1)(2x + 1) =$
- b)  $(2x + y + 1)(2x + y - 1) =$
- c)  $(2y + 1)(3y + 1)(2y - 1)(1 + 3y) =$
- d)  $(a + 4 - 2b)(a - 2b - 4) =$
- e)  $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)\left(-\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right) + \left(-\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right)^2 =$
- f)  $\left(x^3 - 1\right)^2 \left(x^3 + 1\right)^2 =$

**5** Développer et réduire les expressions suivantes en utilisant de préférence les identités remarquables.

- a)  $5(5x - 9)(5x + 9) - 4(-3x - 2)(5x + 9) =$
- b)  $-2(3x - 9)^2 - (3 - 2x)(3x + 9) =$
- c)  $2(4x + 5)(8x + 4) - 4(8x - 4)^2 =$
- d)  $a^2x^2 - (ax + a)^2 =$
- e)  $(x + 4)^2 - (x - 3)(x + 3) - 3(2x + 3) =$
- f)  $(a - 2)(a + 2) \left(a^2 + 4\right) \left(a^4 + 16\right) =$

**6** Sachant que la longueur de l'arête d'un cube vaut  $x$ , que vaut :

- a) la longueur totale des arêtes.
- b) l'aire totale des faces du cube.
- c) le volume du cube.

Calculer les valeurs numériques des expressions trouvées pour  $x = 1$ ,  $x = \sqrt{5}$  et  $x = 2 - \sqrt{3}$ .

**7** On considère un polynôme  $A(x) = x^4 - ax^2 + 5$ . Rechercher la valeur du réel  $a$  pour que la valeur numérique de ce polynôme en 2 soit égale à 1.

**8** Soit  $P(x) = -7x + 2x^2 - 1$  et  $Q(x) = (3x + 4)^2 + 1$ .

- a) Quel polynôme faut-il retrancher de  $Q(x)$  pour obtenir  $P(x)$  ?
- b) Réduire et ordonner ce polynôme.

**9** Quel est le polynôme qui, soustrait au polynôme  $P(x)$ , donne le polynôme  $Q(x)$  ?

$$\begin{aligned}P(x) &= 5x^4 - 3x^3 + 9x^2 + 3 \\Q(x) &= 7x^5 - 3x^4 + 2x - 1\end{aligned}$$

**10** Quel est le polynôme qui, additionné au polynôme  $P(x)$ , donne le polynôme  $Q(x)$  ?

$$\begin{aligned}P(x) &= \frac{1}{3}x^4 - 5x^3 + 3x + 7 \\Q(x) &= \frac{1}{5}x^4 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\end{aligned}$$

**11** Effectuer les divisions suivantes :

- a)  $(3x^3 + 10 - 19x + 4x^2) : (2 - 3x) =$
- b)  $(2x^4 - 3x^3 + x^2 + x - 2) : (x^2 - 3x + 2) =$
- c)  $(2 + x^7) : (1 + x) =$
- d)  $(2x^4 + 3x^3 - x^2 - 1) : (x - 2) =$
- e)  $(16y^4 - 1) : (2 - y) =$
- f)  $(2x^6 + 5x^4 - x^3 + 1) : (-x^2 + x + 1) =$
- g)  $(27s^3 - 64) : (3s - 4) =$
- h)  $(14x^5 - 27x^4 + 21x^3 + 3x^2 + 2x + 1) : (2x^2 - 3x + 2) =$

**12** Déterminer la valeur du réel  $k$  pour que la division du polynôme  $P(x)$  par le polynôme  $D(x)$  soit exacte.

- a)  $P(x) = 3x^3 - k$  par  $D(x) = x - 2$ .
- b)  $P(x) = x^2 - 3x + k$  par  $D(x) = x + 3$ .
- c)  $P(x) = 2x^2 + kx - 2$  par  $D(x) = x + 1$ .
- d)  $P(x) = kx^2 - 3x + 4$  par  $D(x) = x - 2$ .
- e)  $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + kx - 2$  par  $D(x) = x - 1$ .
- f)  $P(x) = x^4 - 2x^2 + kx - 2$  par  $D(x) = x + 2$ .

**13** Déterminer le reste des divisions suivantes.

- a)  $(2x^2 + x - 10) : (x - 2)$
- b)  $(x^2 + 5x + 6) : (x + 2)$
- c)  $(x^{10} - x^5 + 10) : (x - 2)$
- d)  $(4x^3 + 2x - 12) : (2x - 1)$
- e)  $(-x^2 + 2) : (3x + 5)$
- f)  $(5x^3 + 2x - 7) : (4x - 7)$

**14** Effectuer à l'aide du schéma de Horner les divisions polynomiales suivantes. Préciser si la division est exacte.

- a)  $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 - 1$  par  $A(x) = x - 2$
- b)  $Q(y) = 16y^4 - 1$  par  $B(y) = y - \frac{1}{2}$
- c)  $R(x) = x^4 - 2x^3 + x - 2$  par  $C(x) = x - 3$
- d)  $S(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 3$  par  $D(x) = x + 2$
- e)  $T(x) = x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 8x + 4$  par  $E(x) = x^2 - 4$
- f)  $U(s) = -3s^5 - 11s^4 + 11s^3 + 43s^2 - 12s + 36$  par  $F(s) = (s + 3)^2$

**15** Factoriser les expressions suivantes à l'aide du schéma de Horner.

- a)  $2x^3 + 7x^2 + x - 10$
- b)  $x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 15x + 25$
- c)  $x^3 - 2x^2 - 3x + 6$
- d)  $x^3 - 7x + 6$
- e)  $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$
- f)  $2x^3 + 3x^2 - 17x - 30$

**16** Factoriser les expressions suivantes autant que possible.

- a)  $3x^2 - 8x + 5$
- b)  $2x^3 - 3x^2 - 4x - 15$
- c)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
- d)  $6x^3 - 3x^2 - 3x$
- e)  $-x^2 - x + 6$

**17** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

- a)  $x^2 + 3x - 4 = 0$
- b)  $3x^2 - 11x + 6 = 0$
- c)  $x^4 + x^3 + x^2 + 3x - 6 = 0$
- d)  $2x^3 - 12x^2 + 18x = 0$
- e)  $x^3 + 2x^2 - 5x = 10$
- f)  $x^4 + 3x^3 - 15x^2 = 19x - 30$
- g)  $x^3 + 8x^2 + x = 42$

**18** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les (in)équations suivantes.

- a)  $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$
- b)  $y^3 - y^2 - 8y + 12 = 0$
- c)  $-2z^3 + 9z^2 - z - 12 = 0$
- d)  $2a^3 - 5a^2 - 6a + 9 = 0$
- e)  $b^3 - 8b^2 + b + 42 = 0$
- f)  $c^3 + 13c^2 + 51c + 63 \geq 0$

**19** Indiquer les conditions d'existences des fractions suivantes, puis simplifier, si possible.

a)  $\frac{ab - a^2}{a}$

b)  $\frac{ab^2 + a^2b}{ab}$

c)  $\frac{(x+y)^2 + x(x+y)}{x+y}$

d)  $\frac{1+x}{1-x}$

e)  $\frac{a+b}{a^2 - b^2}$

f)  $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2}$

**20** Ecrire plus simplement : (sans C.E.)

a)  $\frac{x+y}{x} \cdot \frac{x+y}{2x}$

b)  $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}$

c)  $\frac{5}{a-2} : \frac{2}{-2+a}$

d)  $\frac{x^2 - y^2}{x+y} : \frac{x-y}{x+y}$

e)  $\frac{x-2}{x^2-9} : \frac{x^2-4}{x^2-9}$

f)  $\frac{3x-3}{x-2} : \frac{4-x^2}{x-1}$

**21** Ecrire plus simplement : (sans C.E.)

a)  $\frac{1}{a} : a^2$

b)  $(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}$

c)  $\frac{1}{\frac{a}{a}}$

d)  $\frac{\frac{x+1}{(x-2)^3}}{\frac{x^2-1}{(x-2)^2}}$

e)  $\frac{\frac{1}{a}}{a}$

f)  $\frac{x^2+1}{x+1} \cdot \frac{3x+3}{2} \cdot \frac{8}{x^2-1}$

**22** Ecrire plus simplement : (sans C.E.)

a)  $\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}$

b)  $\frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b}$

c)  $\frac{1}{x^2 + xy} + \frac{1}{xy + y^2}$

d)  $\frac{3x+3y}{x^2 - y^2} + \frac{7x-7y}{x^2 - 2xy + y^2}$

e)  $\frac{2a}{a-1} + \frac{a^2+2a}{1-a}$

f)  $\frac{x-y}{x^2 + 4xy + 4y^2} + \frac{3x}{x^2 - 4y^2}$

**23** Ecrire plus simplement : (sans C.E.)

a)  $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-a}$

b)  $\frac{1}{a-b} - \frac{a}{a^2 - b^2}$

c)  $\frac{1}{a-b} - \frac{ab+2b^2}{a^3 - b^3}$

d)  $\frac{1}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a^2 + ab}$

e)  $\frac{7b^2}{a^2 - 9b^2} + \frac{a}{a-3b} + \frac{b}{3b-a}$

f)  $\frac{4b}{a^2 - b^2} - \frac{b}{a^2 + ab} + \frac{1}{a+b}$

**24** Donner les conditions d'existence, puis effectuer et simplifier les fractions suivantes.

a)  $\frac{2}{1-x^2} : \left( \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right)$

b)  $\frac{\frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{x}{1+x}}$

c)  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$

d)  $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 4}$

e)  $\frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^2 - 2x - 3}$

f)  $\frac{4x^3 + 8x^2 - 9x - 18}{2x^2 + 7x + 6}$

**25** Donner les conditions d'existence, puis effectuer et simplifier les fractions suivantes.

a)  $\frac{2x^2 - 13x - 7}{4x^2 + 4x + 1}$

b)  $\frac{2x^2 + 3x - 2}{4x^2 - 1}$

c)  $\frac{3x^3 - 4x^2 - x + 2}{3x^2 - 6x + 3}$

d)  $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 - 3x - 2}$

e)  $\frac{3x^2 - 2x - 5}{-x^2 - 3x - 2}$

f)  $\frac{x^3 + x^2 - 14x - 24}{x^2 - 2x - 8}$

**26** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

a)  $\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x - 1} = 0$

b)  $\frac{x}{x + 2} + \frac{2x}{x^2 - 4} = 0$

c)  $\frac{1}{1 - 4x^2} + \frac{x}{2x + 1} = 0$

d)  $\frac{1}{1 - x} + \frac{1}{1 + x} + \frac{2x}{x^2 - 1} = 0$

e)  $\frac{x}{1 - 2x} - \frac{x}{1 + 2x} + \frac{8x^2}{4x^2 - 1} = 0$

f)  $\frac{7x + 2}{2x - 2} + \frac{3x - 1}{4x + 12} - \frac{18x^2 - 54x}{(x^2 - 9)(x - 1)} = 0$

**27** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

a)  $\frac{x - 5}{x + 5} + \frac{x + 5}{5 - x} + \frac{4x^2}{x^2 - 25} = 0$

b)  $\frac{2x^3 - 3x^2 - 11x + 6}{4x^4 - 8x^3 - 13x^2 + 2x + 3} = 0$

c)  $\frac{4x^2(2x - 3) - (2x - 3)}{4x^2(2x - 1) - 9(2x - 1)} = 0$

d)  $\frac{1}{x^2 - 1} = 2$

e)  $\frac{5x}{x - 3} + \frac{8}{2x + 6} = \frac{90}{x^2 - 9}$

f)  $\frac{2x}{x - 1} - \frac{4}{x + 2} = 0$