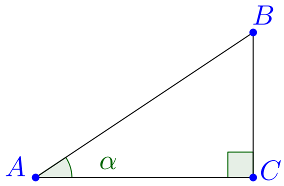
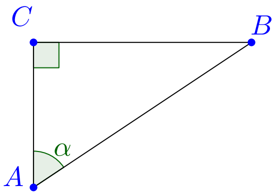
1 Pour chaque cas, indiquer l'hypoténuse du triangle, ainsi que le côté adjacent et le côté opposé à l'angle α.

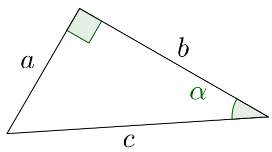
a)



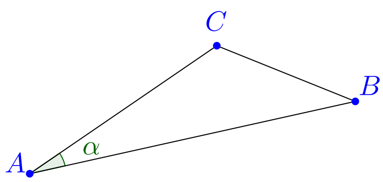
b)



c)



d)



2 Une voiture parcourt une distance de $120m$ sur une pente dont l'angle d'élévation est de $20°$. Calculer l'altitude que la voiture a surmontée.

3 Quelle hauteur peut être surmontée avec une échelle d'une longueur de $5m$, si elle est inclinée avec un angle de $70°$ par rapport au sol ($=$ l'horizontale).

4 On donne le triangle ABC, rectangle en C. Exprimer $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$ et $\sin\beta, \cos\beta, \tan\beta$ en fonction de AB, BC et AC.

5 Construire seulement à l'aide d'une équerre et d'un compas (sans utiliser la calculatrice) un angle α tel que $\sin\alpha = \frac{4}{7}$. Expliquer.

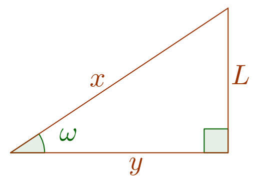
6 Construire seulement à l'aide d'une équerre et d'un compas (sans utiliser la calculatrice) un angle α tel que $\cos\alpha = \frac{2}{3}$. Expliquer.

7 Construire seulement à l'aide d'une équerre et d'un compas (sans utiliser la calculatrice) un angle α tel que $\tan\alpha = \frac{1}{5}$. Expliquer.

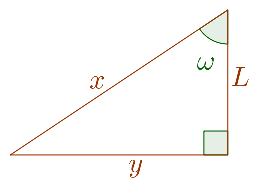
8 Construire seulement à l'aide d'une équerre et d'un compas (sans utiliser la calculatrice) un angle α tel que $\cos\alpha = \frac{7}{4}$. Expliquer.

9 Pour chaque cas, exprimer l'inconnue x en fonction de ω et L, puis l'inconnue y en fonction de ω et L.

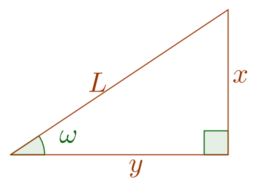
a)



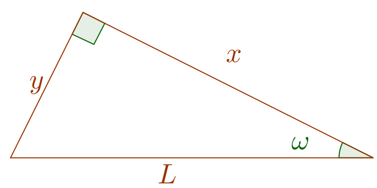
b)



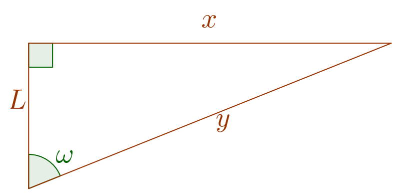
c)



d)



e)



10 Trouver la hauteur d'une tour qui donne $10,32m$ d'ombre lorsque le soleil est élevé à $51,5°$ au-dessus de l'horizon.

11 A une distance de 15 mètres, on voit la pointe d'une tour sous un angle d'élévation de $75°$. Calculer la hauteur de cette tour.

12 Un gardien de phare, situé à une hauteur de 20 m, aperçoit un bateau à un angle de $89,2°$ avec la verticale. Tracer un croquis de la situation et calculer la distance (sur l'horizontale) entre le pied du phare et le bateau.

13 Un avion décolle sous un angle de $10°$ et à une vitesse de $75\frac{m}{s}$. Calculer le temps qu'il faut pour atteindre une altitude de $4500m$.

14 Dans l'Atomium , à une hauteur de 96 m, un touriste observe un accident sous un angle de dépression de $7,8°$ avec l'horizontale. Calculer la distance entre le pied de l'Atomium et l'endroit où l'accident a lieu.

15 Situé sur un affût perché (« Hochsitz ») à une hauteur de 50 m, le forestier voit un feu sous un angle de dépression de $9,5°$ avec l'horizontale. Calculer la distance entre le pied de l'affût perché et le feu. (On suppose que le pied de l'affût perché et le feu sont alignés horizontalement.)

16 Paul tient son cerf-volant à une hauteur de c. Il mesure l'angle d'élévation α entre l'horizontale et la ficelle du cerf-volant. Il a également mesuré la longueur d de cette cordelette. A la maison il avait déjà déterminé la formule qui lui permet de calculer rapidement la hauteur H de son cerf-volant (au dessus du sol).

a) Trouver cette formule.

b) Calculer la hauteur du cerf-volant si

$$c = 1m; d = 150m; \alpha = 60°.$$

17 Soit $\Delta(ABC)$ rectangle en A. Sans utiliser de calculatrice, compléter le tableau suivant :

	(1)	(2)	(3)
BC			61
AC	3	5	
AB	4		
$\sin\widehat{B}$		$\frac{1}{2}$	
$\cos\widehat{B}$			$\frac{11}{61}$
$\tan\widehat{B}$			
$\sin\widehat{C}$			
$\cos\widehat{C}$			
$\tan\widehat{C}$			

18 Démontrer les relations trigonométriques suivantes.

a) $1+\dfrac{1}{\tan^2\alpha}=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

b) $\dfrac{\tan^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

c) $\dfrac{\sin\alpha}{\tan\alpha\cos\alpha}=1$

d) $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

e) $\sin^2\alpha=(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)$

f) $\dfrac{\sin 22°}{\cos 68°}=1$

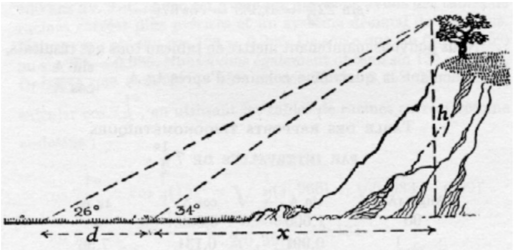
19 Sachant que α est un angle aigu et que $\cos\alpha=\frac{21}{29}$, calculer $\sin\alpha$, sans calculatrice.

20 Sachant que α est un angle aigu et que $\sin\alpha=\frac{9}{41}$, calculer $\cos\alpha$, sans calculatrice.

21 Sachant que α est un angle aigu et que $\cos\alpha=\frac{21}{29}$, calculer $\tan\alpha$, sans calculatrice.

22 Sachant que α est un angle aigu et que $\tan\alpha=\frac{9}{40}$, calculer $\cos\alpha$, sans calculatrice.

23 Le principal profit tiré de l'outil trigonométrique est l'arpentage sur une échelle adaptée à l'ampleur des travaux géographiques. La méthode employée pour la falaise ci-dessous illustre bien cet immense progrès. Le pied étant inaccessible, il suffit de mesurer un angle avec un objet au sommet, de s'éloigner d'une distance quelconque en ligne droite et de mesurer un second angle.



Dans l'exemple pris, les angles sont de $34°$ et $26°$, la distance d mesurée est de 64 mètres. Calculer la hauteur h de la pente.

24 Du haut d'une tour de 15 m, on vise les deux bords d'un fleuve. Les angles de dépression avec l'horizontale mesurent respectivement $60,75°$ et $20,25°$. Calculer la largeur du fleuve.

25 Calculer la hauteur d'une tour, sachant que son ombre s'allonge de 62 m quand l'angle d'élévation du soleil passe de $50°$ à $23,33°$.

26 Tom voit le sommet d'une tour sous un angle d'élévation de $26,8°$. Il se rapproche de $25m$, et l'angle d'élévation devient alors $53,5°$. Calculer la hauteur de la tour.

27 Un avion A fait la navette entre deux villes K et L distantes de 20 km et au même niveau. De K on voit l'avion sous un angle d'élévation de $9,16°$. De L on le voit sous l'angle d'élévation de $14°$. Calculer la hauteur à laquelle l'avion vole.

28 Je suis dans un avion qui vole à une altitude de $3000m$ verticalement au dessus d'une ferme. Une minute plus tard, j'observe la ferme sous un angle de dépression de $42°$. J'aime les mathématiques et je calcule la vitesse de l'avion à $1km \cdot h^{-1} \left(= 1\dfrac{km}{h}\right)$ près.

29 Paul observe un bâtiment depuis une hauteur de $8,2m$. Il voit la base du bâtiment sous un angle de dépression de $12,8°$. Il voit le sommet sous un angle d'élévation de $31,33°$. Aider Paul à calculer la hauteur du bâtiment.

30 Une échelle de 14 mètres arrive à 12 mètres sur un mur vertical. Calculer l'angle qu'elle fait avec le mur.

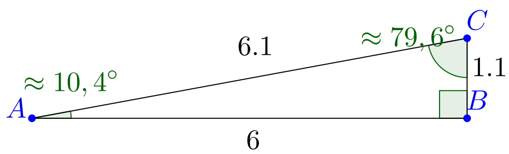
31 Un bâton de 2 m, planté verticalement, projette une ombre de 1,25 m sur le sol horizontal. Calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle que fait avec le sol le rayon lumineux passant par les extrémités du bâton et de l'ombre.

32 A l'aide de la figure ci-dessous, trouver la valeur approchée de

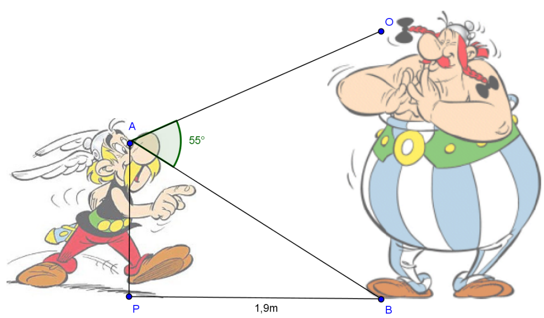
a) $\arccos \dfrac{6}{6,1}$

b) $\arcsin \dfrac{6}{6,1}$

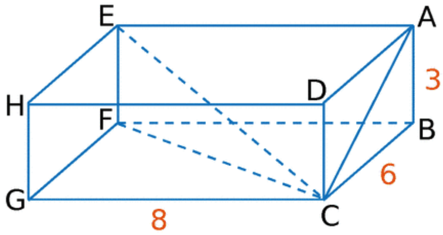
c) $\arctan \dfrac{6}{1,1}$



33 Astérix aperçoit Obélix sous un angle de $\widehat{BAO} = 55°$. Les yeux sont situés à $AP = 1,1m$ du sol, avec $(AP) \perp (PB)$ et à $PB = 1,9m$ d'Obélix. Sachant que $(OB) \perp (PB)$, calculer la taille OB d'Obélix.



34 Soit le parallélépipède rectangle ABCDEFGH ci-dessous.

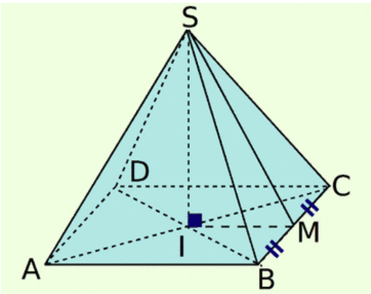


a) Calculer la valeur exacte de la longueur EC.

b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CEF}$ arrondie au degré.

c) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CEA}$ arrondie au degré.

35 SABCD est une pyramide régulière dont la base est le carré ABCD de côté 5cm et de centre I. La hauteur $[SI]$ de la pyramide a pour longueur $SI = 3cm$.



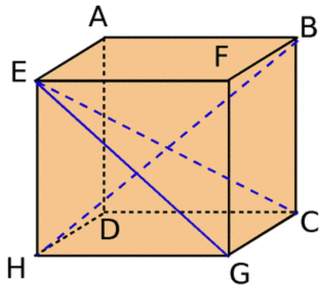
a) Calculer le volume de la pyramide.

b) Soit M le milieu de $[BC]$. Démontrer que la longueur IM est égale à 2,5cm.

c) On admet que le triangle SIM est rectangle en I. Calculer tan $\widehat{MSI}$.

d) En déduire une mesure de l'angle $\widehat{MSI}$.

36 ABCDEFGH est un cube de côté 5cm.



a) Calculer les longueurs AF et EC.

b) On admet que le triangle EGC est rectangle en G. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ECG}$ arrondie au degré.

c) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BHC}$ arrondie au degré