EXERCICES - INÉQUATIONS

1) Résolvez :

1) $x^2 - 7x - 30 < 0$
2) $2x^2 + 5x + 6 \leqslant 0$
3) $-x^2 + 3x - 4 > 0$
4) $x^2 - 8x - 16 \geqslant 0$
5) $6x^2 + 7x - 5 > 0$
6) $-3x^2 - x - 2 < 0$
7) $9x^2 + 30x + 25 < 0$
8) $-6x^2 - 11x + 10 > 0$
9) $3x^2 - 7x + 5 \geqslant 0$
10) $-4x^2 + 12x - 9 \leqslant 0$
11) $-x^2 - 2x + 15 < 0$
12) $-x^2 - 4x - 4 > 0$

2) Résolvez :

1) $5x^2 - 3x + 2 < 2x^2 - 7x + 6$
2) $x^2 - 4x + 5 > (3x - 4)^2$
3) $(2x - 7)(5x - 1) > 0$
4) $(-3x + 8)(2 + x) < 0$
5) $\dfrac{x + 4}{2x + 3} < 0$
6) $\dfrac{4 - 3x}{3x + 5} \geqslant 0$
7) $x^2 < 4x$
8) $x^2 \geqslant 9$

3) Résolvez :

1) $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ x^2 - 8x + 7 > 0 \end{cases}$
2) $\begin{cases} -x^2 + 4x - 1 > 0 \\ 5x^2 + 12x - 9 < 0 \end{cases}$
3) $\begin{cases} x^2 + x > 8x - 10 \\ -3x^2 + 8x + 3 < 0 \end{cases}$
4) $\begin{cases} 7 - 5x > -x(1 + x) \\ -6x^2 + 19x - 15 < 0 \end{cases}$
5) $8 > x^2 - 12x + 40 < 20$
6) $\begin{cases} -3x^2 + 5x - 4 > 0 \\ 9x^2 - 24x + 4 < 0 \end{cases}$
7) $\begin{cases} (-x + 3)\ 2x - 3) > 0 \\ \dfrac{x + 4}{1 - 3x} < 0 \end{cases}$
8) $\begin{cases} -x^2 + x + 42 > 0 \\ x^2 - 9 > 0 \\ 2x^2 - 13x + 15 > 0 \end{cases}$
9) $\begin{cases} 4 - x^2 > 0 \\ 8x^2 + 2x - 3 < 0 \\ -3x^2 + 4x + 7 < 0 \end{cases}$

4) Etudiez le signe de :

1) $y = (4x^2 + 4x - 3)^2$
2) $y = (-x^2 + 6x - 9)^4$
3) $y = (3x - 7)(x^2 - 5x + 4)$
4) $y = (2x + 3)(x^2 - 3x - 10)(x^2 + 8x + 12)$
5) $y = x^4 - 13x^2 + 36$
6) $y = \dfrac{-x^2 + x + 6}{x^2 + x - 6}$
7) $y = \dfrac{3x - 2}{7x - x^2 - 10}$
8) $y = \dfrac{9x^2 + 30x + 25}{25 - 4x^2}$
9) $y = \dfrac{x + 3}{x + 2} + \dfrac{x - 1}{x + 4}$
10) $y = \dfrac{4x^2 + 3x + 1}{3x - 1} - 4x$

5) Résolvez :

1) $(2x^2 + 3)(x^3 - 5x^2 - 24x) < 0$
2) $(x^4 - 10x^2 + 9)(x^4 + 2x^2 - 24) > 0$
3) $(2x - 3)^3 < (2x - 3)(3x - 5)$
4) $(x + 3)(3x^2 + x - 1) < (x + 3)(x^2 + 4x + 1)$
5) $\dfrac{9x^2 - 12x - 5}{4x - 3} < 0$
6) $\dfrac{2x^2 + 3x + 6}{6x^2 + x - 2} > 0$
7) $\dfrac{1}{x + 2} < \dfrac{x - 1}{2x - 3}$
8) $\dfrac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 9x + 14} < 1$
9) $\dfrac{x - 2}{x - 1} > 1 - \dfrac{x - 1}{x - 2}$
10) $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{2x - 3} > \dfrac{2}{3}$

3e - Inéquations

1. Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

   (a) $\dfrac{x(x+3)}{2-4x} > 0$; $\dfrac{x-3}{x-2} < \dfrac{x+2}{x+3}$

   (b) $\dfrac{x-5}{x+1} \geq \dfrac{x-2}{x-3}$; $\dfrac{x-1}{x-3} < 2 - \dfrac{x-2}{x-5}$

   (c) $x^2+2x-15 > 0$; $x^2-5x+4 < 0$; $-2x^2+3x+2 \geq 0$

   (d) $-3x^2+7x-2 \leq 0$; $x^2+31x+150 \geq 0$; $x^2-10 > 3x$

   (e) $-x^2 \leq x-12$; $x^2+7 > 3x$; $x^2 < 8-7x$

   (f) $x^2 \leq 4$; $x^2 \geq 3x$; $100 > x^2$

   (g) $x\left(x^2-2x-15\right) > 0$; $x\left(2x^2-7x+3\right)\left(x^2+x+1\right) < 0$

   (h) $(x-1)(3-5x)\left(x^2-1\right)\left(x^2+x+7\right) \geq 0$

   (i) $x\left(x^2+2\right)\left(x^2-8x+5\right)\left(x^3+6x^2-5x\right) \leq 0$

   (j) $\dfrac{4x^2-5x+1}{2x^2-5x+3} > 0$; $\dfrac{x-1}{x^2+x-6} \leq 0$; $\dfrac{x^2+1}{x^2-5x+6} < 0$

   (k) $\dfrac{x^2+3x-10}{x^2+2x-8} \geq 0$; $x+\dfrac{1}{x} > -3$; $\dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{x-1} > 1$

2. Résoudre les systèmes suivants dans $\mathbb{R}$:

   (a) $\begin{cases} (5-3x)\left(2x^2-7x+5\right) > 0 \\ x\left(x^2-6x+8\right) < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2-5x+14 > 0 \\ (3x-2)(x+4) < 0 \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} \dfrac{2x^2-x-10}{3x^2-4x-15} > 0 \\ \dfrac{x^2+4x+3}{x^2-6x+8} < 1 \end{cases}$; $\begin{cases} \dfrac{x+1}{x-2} - \dfrac{x+2}{x-5} < 2 \\ 1+\dfrac{x-4}{x-3} > \dfrac{x-2}{x-1} \end{cases}$

   (c) $11 < x^2-2x+3 < 27$; $\begin{cases} 2x^2+5x-12 > 0 \\ x^2-5x+4 > 0 \\ x^2-25 < 0 \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x-4} < \dfrac{x+5}{x-3} \\ (2x+3)\left(x^2-3x+2\right)\left(x^2-7x+6\right) > 0 \end{cases}$

   (e) $\begin{cases} \dfrac{4}{x+2} + \dfrac{7}{x+3} < \dfrac{48}{x^2+5x+6} \\ 3x+2 \quad x+1 \end{cases}$

INÉQUATIONS - CORRIGÉ

① 1) $]-3;10[$; 2) ϕ ; 3) ϕ ; 4) $]-\infty;4-4\sqrt{2}] \cup [4+4\sqrt{2};+\infty[$;
5) $]-\infty;-\frac{5}{3}[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$; 6) $\mathbb{R}$; 7) ϕ ; 8) $]-\frac{49}{12};-\frac{11}{12}[$; 9) $\mathbb{R}$;
10) $\mathbb{R}$; 11) $]-\infty;-5[\cup]3;+\infty[$; 12) ϕ.

---

② 1) $]-2;\frac{2}{3}[$; 2) $]\frac{5-\sqrt{3}}{4};\frac{5+\sqrt{3}}{4}[$; 3) $]-\infty;\frac{1}{5}[\cup]\frac{7}{2};+\infty[$;
4) $]-\infty;-2[\cup]\frac{8}{3};+\infty[$; 5) $]-4;-\frac{3}{2}[$; 6) $]-\frac{5}{3};\frac{4}{1}]$;
7) $]0;4[$; 8) $]-\infty;-3] \cup [3;+\infty[$.

---

③ 1) $]-2;1[$; 2) $]2-\sqrt{3};\frac{3}{5}[$; 3) $]-\frac{1}{3};2[$; 4) $]-\infty;\frac{3}{2}[\cup]\frac{5}{3};+\infty[$;
5) $\begin{cases} x^2-12x+32<0 \\ x^2-12x+20<0 \end{cases}$; $S_1=]4;8[$; $S_2=]2;10[$; $S=]4;8[$; 6) ϕ ;
7) $]\frac{3}{2};3[$; 8) $]-6;-3[\cup]5;7[$; 9) ϕ.

---

1) $]-\infty;-3[\cup]0;8[$; 3) $]-\infty;\frac{3}{2}[\cup]\frac{7}{4};2[$; 4) $]-\infty;-3[\cup]-\frac{1}{2};2[$;
5) $]-\infty;-\frac{1}{3}[\cup]\frac{3}{4};\frac{5}{3}[$; 6) $]-\infty;-\frac{2}{3}[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$; 7) $]-\infty;-2[\cup]\frac{3}{2};+\infty[$
8) $\frac{x-3}{(x-2)(x-7)}<0$; $S=]-\infty;-2[\cup]3;7[$; 9) $\frac{x^2-3x+3}{(x-1)\cdot(x-2)}>0$; $S=]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$;
10) $\frac{(3x-4)(x-3)}{2x-1}>0$; $S=]\frac{4}{3};\frac{3}{2}[\cup]3;+\infty[$.

---

① a) $]-\infty;-3[\cup]0;\frac{1}{2}[$; $]-\infty;-3[\cup]2;+\infty[$; b) $]-\infty;-1[\cup [\frac{17}{7};3[$;
$\frac{5x-19}{(x-3)(x-5)}<0 \Rightarrow S=]-\infty;-3[\cup]\frac{19}{5};5[$; c) $]-\infty;-5[\cup]3;+\infty[$; $]1;4[$;
$[-\frac{1}{2};2]$; d) $]-\infty;\frac{1}{3}] \cup [2;+\infty[$; $]-\infty;-25] \cup [-6;+\infty[$; $]-\infty;-2[\cup]5;+\infty[$;
e) $]-\infty;-4] \cup [3;+\infty[$; $\mathbb{R}$; $]-8;1[$; f) $]-\infty;-2] \cup [2;+\infty[$; $]-\infty;0] \cup [3;+\infty[$;
$]-10;10[$; g) $]-3;0[\cup]5;+\infty[$; $]-\infty;0[\cup]\frac{1}{2};3[$; h) $[-1;\frac{3}{5}] \cup \{1\}$;
i) $x^2(x^2-8x+5)(x^2+6x-5) \leq 0 \Rightarrow S=[-3-\sqrt{19};4-\sqrt{11}] \cup [-3+\sqrt{19};4+\sqrt{11}]$;
j) $]-\infty;\frac{1}{4}[\cup]\frac{2}{2};+\infty[$; $]-\infty;-3[\cup [1;2[$; $]2;3[$; k) $\frac{(x+5)\cdot(x-2)}{(x+4)\cdot(x-2)} \geq 0$
$\Rightarrow S=]-\infty;-5] \cup]-4;2[\cup]2;+\infty[$; $]\frac{-1-\sqrt{5}}{2};\frac{-1+\sqrt{5}}{2}[\cup]0;+\infty[$; $]0;1[$.

---

② a) $]-\infty;0[\cup]2;\frac{5}{2}[$; $]-4;\frac{2}{3}[$; b) $S_1=]-\infty;-2[\cup]-\frac{5}{3};\frac{5}{2}[\cup]3;+\infty[$;
$S_2=]-\infty;\frac{1}{2}[\cup]2;4[$; $S=]-\infty;-2[\cup]-\frac{5}{3};\frac{1}{2}[\cup]2;\frac{5}{2}[\cup]3;4[$;
$\begin{cases} (x-2)(x-5)>0 \\ (x-1)(x-3)>0 \end{cases} \Rightarrow S=]-\infty;1[\cup]5;+\infty[$; c) $]-4;-2[\cup]4;6[$; $]-5;-4[\cup]4;5[$;
d) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x-7}{(x-3)(x-4)}>0 \Rightarrow S_1=]3;4[\cup]7;+\infty[\\ (2x+3)(x-1)^2(x-2)(x-6)>0 \Rightarrow S_2=(]-\frac{3}{2};2[\cup]6;+\infty[) \setminus \{1\} \end{array} \right\} \Rightarrow S=]7;+\infty[$.