Exercice 1.

A l'aide du cercle trigonométrique et sans calculatrice, déterminer les nombres trigonométriques suivants :

a) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ *c)* $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ *e)* $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ *g)* $\cos\left(-\frac{15\pi}{4}\right)$ *i)* $\tan\left(\frac{7\pi}{3}\right)$

b) $\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)$ *d)* $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ *f)* $\sin\left(-\frac{17\pi}{3}\right)$ *h)* $\sin\left(\frac{29\pi}{6}\right)$ *j)* $\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

Exercice 2.

(1) Soit β *un angle du* 3me *quadrant tel que* $\cos\beta = -\frac{3}{5}$. *Déterminer* $\sin\beta$, $\tan\beta$ *et* $\cot\beta$ *ainsi qu'une mesure en radians en* β. *Construire géométriquement sur le cercle trigonométrique l'angle* β *et les nombres trigonométriques associés.*

(2) Soit γ *un angle en radians de l'intervalle* $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$ *tel que* $\tan\gamma = -2$. *Déterminer* $\cos\gamma$, $\sin\gamma$ *et* $\cot\gamma$ *ainsi qu'une valeur approchée de* γ. *Construire géométriquement sur le cercle trigonométrique l'angle* γ *et les nombres trigonométriques associés.*

Exercice 3.

Simplifier les expressions suivantes et les exprimer à l'aide de $\cos x$ *et de* $\sin x$.

1. $\cos(x+\pi) - \cos(-x) + 5\cos x$
2. $\sin(\pi - x) + 2\sin(x + 2\pi) + \sin(x + 3\pi)$
3. $\sin(\pi + x)\cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)\cos(\pi + x)$
4. $\sin(x + 11\pi) + \sin(11\pi - x) - \cos(11\pi - x)$

Exercice 4.

A l'aide du cercle trigonométrique et sans calculatrice, simplifier le plus possible :

1. $\cos(-\pi) + \cos(-\frac{3\pi}{4}) + \cos(-\frac{\pi}{2}) + \cos(-\frac{\pi}{4})$
2. $\cos 0 + \cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{2} + \cos\frac{3\pi}{4} + \cos\pi$
3. $\sin\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{5\pi}{6} + \sin\pi$

Exercice 5. *(*)*

Simplifier les expressions suivantes en utilisant les angles associés :

1. $$\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right) + \sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x-\frac{7\pi}{2}\right) + \sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)$$
2. $$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) + \cos(5\pi - x) + \sin^2(\pi + x) + \sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

Exercice 6.

Exprimer en fonction de $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ *ou* $\cot\alpha$ *:*

a) $\sin(3\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)$

b) $\tan(\pi - \alpha)\cot\left(-\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)\cos^2(-\alpha + 5\pi)$

c) $$\frac{\sin\left(\alpha - \frac{25\pi}{2}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{51\pi}{2}\right)}$$

Exercice 7.

Exprimer en fonction de $\cos\frac{\pi}{12}$ *et de* $\sin\frac{\pi}{12}$ *:*

$$\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \cos\left(-\frac{9\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{11\pi}{12}\right) - \cos(\pi) + \sin\left(\frac{1995\pi}{12}\right)$$

Exercice 8.

Sachant que $\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, *on demande de calculer les valeurs exactes de :*

a) $\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$ *b)* $\tan\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$ *c)* $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ *d)* $\cos\left(\frac{91\pi}{12}\right)$

Exercice 9.

1. *Sachant que* $\cos\frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, *trouver* $\cos\frac{4\pi}{5}$.
2. *Sachant que* $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, *trouver* $\sin\frac{73\pi}{12}$.

Exercice 10.

Soit x est un réel quelconque. Démontrer les égalités suivantes :

a) $(\cos x - 1)(\cos x + 1) = -(\sin x)^2$;
b) $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2\sin x\cos x$;
c) $(\cos x)^4 - (\sin x)^4 = (\cos x)^2 - (\sin x)^2$;
d) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$.

SOLUTIONS

3. 1. $3\cos x$
   2. $2\sin x$
   3. $2\sin x\cos x$
   4. $\cos x$
4. 1. -1
   2. 0
   3. $2+\sqrt{3}$
5. 1. 0
   2. 1
6. 1. $2\sin\alpha + \frac{1}{2}$
   2. $-\sin^2\alpha$
   3. $-\cot\alpha$
7. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
8. a) $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
   b) $-2-\sqrt{3}$
   c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
   d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
9. 1. $-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$
   2. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$