Exercice 1

1° Calculer la raison d'une suite arithmétique de premier terme 5 et de huitième terme 8,5 .

2° On donne les termes $u_4 = -3$ et $u_7 = -12$ d'une suite arithmétique. Calculer le premier terme de la suite et la raison.

3° Soit une suite arithmétique de premier terme 1 et de raison 3. Ecrire les quatre premiers termes de la suite et calculer le 100e terme

4° Calculer la raison d'une suite arithmétique de premier terme -2 et de quinzième terme 33.

5° Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 4 et de raison 0,5.

6° Représenter graphiquement dans un repère orthogonal les cinq premiers termes d'une suite de premier terme 15 et de raison -3.

7° Calculer la somme des huit premiers termes d'une suite arithmétique de 1er terme 6 et de raison 5.

8° Une suite arithmétique de 1 er terme 5 et de nième terme 101 a pour somme des n premiers termes 477. Calculer le nombre de termes de la suite. En déduire la raison de cette suite.

Exercice 2

1° Calculer le 26e terme de la suite géométrique de premier terme 4 et de raison 3.

2° Calculer 2 - 6+ 18 +....+118098

3° Le premier terme d'une suite géométrique est 8, le troisième est 18. Trouver le cinquième terme.

Exercice 3

Le taux annuel de croissance de la population mondiale est actuellement de 1,2 % par an.

1° Sachant que la population mondiale en 2003 était 6,3 milliards, déterminer (en milliards) ce que sera la population mondiale en l'an 2010 si le taux annuel reste constant, puis en 2020.

2° Si le taux de croissance ne change pas, après combien d'années la population mondiale aura-t-elle doublé ?

Exercice 4

La période de désintégration d'un élément radioactif est le temps au bout duquel la masse d'un échantillon de cet élément est divisée par 2.

1° Un échantillon contient 5 g de radium. Quelle sera la masse de radium dans 10 500 ans sachant que la période de désintégration du radium est de 1 500 ans ?

2° La période de désintégration de l'iode 131 est de 8 jours. Quelle était, il y a 1 000 jours, la masse de l'iode 131 dans un échantillon qui en renferme aujourd'hui 1 gramme ?

Exercice 5

Une personne doit choisir entre deux contrats d'embauche, commençant le 1 juin 2004.
Contrat 1 : le salaire mensuel est 1 220 euros pendant la première année et augmente de 61 euros le premier juin de chaque année.
Contrat 2 : le salaire mensuel est 1 220 euros pendant la première année et augmente de 5% le premier juin de chaque année.

1° Donner le formule donnant le salaire mensuel (en euros) au bout de n années pour chacun des deux contrats.

2° Que vaudra le salaire mensuel pour chacun des contrats le 1 er septembre 2012 ?

Exercice 6

Une légende raconte que l'inventeur du jeu d'échecs demanda comme récompense un grain de blé pour la première case de l'échiquier, deux pour la deuxième, quatre pour la troisième et ainsi de suite en doublant à chaque fois jusqu'à la soixante-quatrième case.

1° Combien aurait-on dû mettre de grains de blé sur la soixante-quatrième case ?

2° Cent grains de blé pèsent environ 5 grammes. Quelle masse de blé l'inventeur du jeu d'échecs a-t'il reçu ?

3° Sachant que la production mondiale annuelle de blé est de l'ordre de 600 millions de tonnes, examinez si la légende est plausible ?

Exercice 7

Le nombre d'habitants d'un pays était de 33 millions en 1921 et de 75 millions en 1976. Quel est le nombre d'habitants en 2005, si l'on suppose qu'on est en présence d'une suite géométrique ?

Exercice 8

Une population de bactéries augmente de façon que les nombres de bactéries au bout de 0, 1, 2, ... heures forment une suite géométrique. On sait qu'il y a 1 100 bactéries au départ et 1 250 bactéries au bout d'une heure. Après combien d'heures la population aura-t-elle doublé ? Quand y aura-t-il 10 000 bactéries ?

Exercice 9

Le radon se désintègre de façon que le nombre d'atomes au bout de 0, 1, 2, ... secondes forment une suite géométrique. Sachant qu'il y a 1 000 atomes au départ et 826 atomes après 15 secondes, trouvez la période de désintégration (ou demi-vie) du radon.

Exercice 10

Imaginez qu'on ait placé 1 euro en l'an 1 à un taux de 4 % (intérêts composés), et qu'on aille prélever le capital avec tous les intérêts au bout de 2 000 ans.

1° Pensez-vous qu'on dispose des moyens nécessaires pour financer un bon repas ? des vacances pour toute la famille ? ou ... ?

2° Imaginez qu'on se fasse payer la somme en pièces de 1 euro et qu'on empile les pièces reçues. Quelle sera la hauteur de la pile ?

Exercice 11

Le but de l'exercice est l'étude de la désintegration d'un corps radioactif : le carbone 14.

1° Soient N_0, N_1, ..., N_k le nombre d'atomes de carbone 14 après 0, 1, ... k siècles. On sait que le nombre d'atomes de carbone 14 diminue très lentement au cours du temps, d'environ 1,24 % par siècle.

(a) Exprimer N_1 en fonction de N_0, puis N_k en fonction de N_{k-1}.

(b) En déduire la nature de la suite (N_n) et exprimer N_n en fonction de N_0 et n.

(c) Donner en le justifiant le sens de variation de la suite (N_n).

2° Le carbone 14 est renouvelé constamment chez les êtres vivants : à la mort de ceux-ci, l'assimilation cesse et le carbone 14 présent se désintègre. Les archéologues ont trouvé des fragments d'os dont la teneur en carbone 14 est 40 % de celle d'un fragment d'os actuel de la même masse pris comme témoin. Calculer l'âge de ces fragments. On arrondira au siècle près.

1 Exemples données par Leonhard EULER

Einleitung in die Analysis des Unendlichen
Introductio in analysin infinitorum, 1748

Exercice 12

Wenn die Zahl der Einwohner eines Landes sich jährlich um den dreissigsten Teil vermehrte, und dieselbe anfänglich 100 000 Menschen betragen hätte, wie gross würde alsdann die Bevölkerung nach 100 Jahren sein ?

Exercice 13

Wenn nach der Sündflut das menschliche Geschlecht von 6 Personen fortgepflanzt worden wäre, und man annimmt, dass nach 200 Jahren die Zahl der Menschen bereits auf 1 000 000 angewachsen wäre, um den wievielsten Teil müsste sich alsdann die Zahl der Menschen jährlich vermehrt haben ?

Exercice 14

Die jährliche Vermehrung der Menschen zu finden, wenn sich deren Anzahl alle 100 Jahre verdoppelt.

Exercice 15

Wenn sich die Zahl der Menschen jährlich um den hundertsten Teil vermehrte, nach wieviel Jahren würde alsdann dieselbe zehnmal so gross sein ?

Exercice 16

Si l'on place un capital C_0 à un taux i à intérêts composés, les avoirs C_0, C_1, C_2, ... C_n au bout de 0, 1, 2, ... n années forment une suite géométrique de raison ....
Complétez le tableau suivant :

	C_0	i	n	C_n
1.	2 000	5 %	8	
2.		5 %	5	4 333
3.	C_0	6 %		$2C_0$
4.	3 450		9	5 352
5.	1 500		6	2 251

Exercice 1

Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ dans les cas suivants :

1) $u_n = \dfrac{2n}{2n+1}$

2) $u_n = 0{,}999^n$

3) $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n^2}$

4) $u_n = -\dfrac{1}{5\sqrt{n}}$

5) $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n}$

6) $u_n = \dfrac{n}{n^2+4}$

7) $u_n = \dfrac{n^2}{n-4}$

8) $u_n = \dfrac{-3n^2+7n-5}{-1+5n+8n^2}$

9) $u_n = -n^2+5n-6$

10) $u_n = n - 4\sqrt{n}$

11) $u_n = 4^n - 2^n$

12) $u_n = \dfrac{n^2+5n+2}{n+3}$

13) $u_n = \sqrt{n^2-9} - n$

14) $u_n = \sqrt{9n^2+3} - 3n$

15) $u_n = \dfrac{2n+1}{4n-3}$

16) $u_n = \dfrac{5n^2+1}{n^2-n-1}$

17) $u_n = \dfrac{1}{2^{2n+1} - 4^n}$

18) $u_n = 2^{3n} \cdot 3^{-2n}$

19) $u_n = 3^{2n} \cdot 2^{-3n}$

20) $u_n = \dfrac{n+3}{n\sqrt{n}}$

21) $u_n = \dfrac{2n+5}{n-\sqrt{n}}$

22) $u_n = \dfrac{4n-1}{3n^2-2n}$

23) $u_n = \dfrac{3\sqrt{n}-5}{\sqrt{n}+n}$

24) $u_n = \sqrt{2+\frac{1}{n}}$

Exercice 2

a) $S_n = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{3}{2^n}$.

1) Calculer S_n.

2) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

b) même question pour

$$S_n = \frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{5}{32} + \frac{25}{128} + \dots + \frac{1}{10}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$$